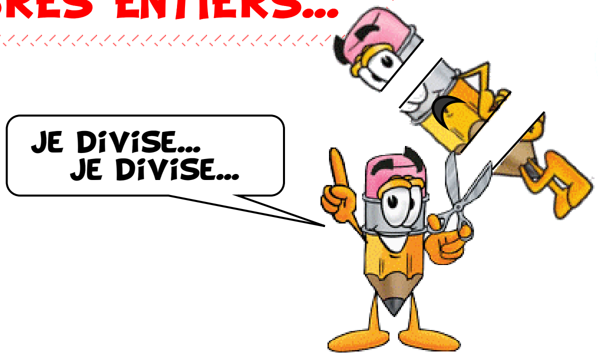
AUTOUR DES NOMBRES ENTIERS…



: P1S2-épisode1.

COURS.

I- Rappels de 6ème.

1°) Division euclidienne.

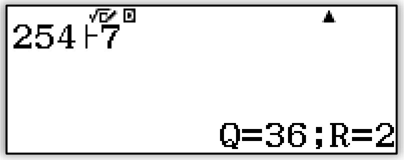
Division euclidienne de a par b : (a et b désignant deux nombres entiers avec $b \neq 0$)
Opération qui permet de calculer deux nombres entiers q et r
tels que : $a = b \times q + r$ et $r < b$.
a s'appelle le **dividende** et b s'appelle le **diviseur**.
q s'appelle le **quotient entier** et r s'appelle le **reste**.

exp. : Dans la division euclidienne de 254 par 7, le dividende est 254, le diviseur est 7.
Le quotient entier est 36 et le reste est 2.

écriture en ligne : $254 = 7 \times 36 + 2$

écriture posée :

2 5 4	7
4 4	3 6
2	



2°) Vocabulaire de la divisibilité.

Quand *le reste est égal à zéro*, c'est-à-dire que $a = b \times q$, alors on dit que :

- a est **divisible** par b.
- a est **un multiple** de b.
- b est **un diviseur** de a.
- b **divise** a.

exp. : $91 = 7 \times 13$ donc 91 est un multiple de 7. 7 est un diviseur de 91.
91 est divisible par 7. 7 divise 91.

3°) Critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 et 10.

Un **critère de divisibilité** est une règle qui permet de savoir si un nombre entier a est (ou n'est pas) divisible par un nombre entier b non nul, **sans effectuer la division**.

★ Critère de divisibilité par 2.

Un nombre entier est **divisible par 2**, **s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8** (c'est-à-dire s'il est pair).

exp. : 96 est divisible par 2 car il se termine par 6.
153 n'est pas divisible par 2 car il se termine par 3.

★ Critère de divisibilité par 5.

Un nombre entier est **divisible par 5**, **s'il se termine par 0 ou 5**.

exp. : 1 565 est divisible par 5 car il se termine par 5.
7 861 n'est pas divisible par 5 car il se termine par 1.

★ Critère de divisibilité par 10.

Un nombre entier est **divisible par 10**, **s'il se termine par 0**.

exp. : 87 930 est divisible par 10 car il se termine par 0.
78 642 n'est pas divisible par 10 car il se termine par 2.

★ Critère de divisibilité par 3.

Un nombre entier est **divisible par 3**, **si la somme de ses chiffres est un multiple de 3**.

exp. : 1 479 342 est divisible par 3 car 1 + 4 + 7 + 9 + 3 + 4 + 2 = 30
30 est dans la table de 3.

5 632 193 n'est pas divisible par 3 car 5 + 6 + 3 + 2 + 1 + 9 + 3 = 29
29 n'est pas dans la table de 3.

★ Critère de divisibilité par 9.

Un nombre entier est **divisible par 9**, **si la somme de ses chiffres est un multiple de 9**.

exp. : 3 964 518 est divisible par 9 car 3 + 9 + 6 + 4 + 5 + 1 + 8 = 36
36 est dans la table de 9.

2 734 609 n'est pas divisible par 9 car 2 + 7 + 3 + 4 + 6 + 0 + 9 = 31
31 n'est pas dans la table de 9.

: P1S2-épisode2 (*Jeu du Juniper Green*).

Jeu « *Juniper Green* ». (Voir Partie 6 : Annexes.)

COURS.

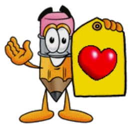
II- Nombres premiers.

1°) Définition.

Un **nombre premier** est un nombre entier qui a **exactement deux diviseurs** (1 et lui-même).

exp. : 13 est un nombre premier car il a exactement deux diviseurs : 1 et 13.
9 n'est pas un nombre premier car 9 a trois diviseurs : 1 ; 3 et 9.
45 n'est pas un nombre premier car 45 a au moins trois diviseurs : 1 ; 5 et 45 (et peut-être d'autres…).
1 n'est pas un nombre premier car 1 a un unique diviseur : 1.
0 n'est pas un nombre premier car tous les nombres sont des diviseurs de 0 ;
0 a une infinité de diviseurs.

Il existe une infinité de nombres premiers.
En 5$^{\text{ème}}$, il faut connaître les nombres premiers inférieurs à 30 :
2 ; **3** ; **5** ; **7** ; **11** ; **13** ; **17** ; **19** ; **23** et **29**.



: P1S2-épisode3.

COURS.

2°) Décomposer des entiers en produits de facteurs premiers.

Tous les nombres entiers, autres que 0 et 1, peuvent se décomposer de manière unique (à l'ordre près) sous la forme d'un **produit de nombres premiers**.

exp. : Décomposer 250 et 306 en produits de facteurs premiers.

$$
\begin{array}{r|l}
280 & 2 \\
140 & 2 \\
70 & 2 \\
35 & 5 \\
7 & 7 \\
1 &
\end{array}
\qquad \text{donc} \quad
\begin{aligned}
280 &= 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 7 \\
&= 2^3 \times 5 \times 7
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{r|l}
306 & 2 \\
153 & 3 \\
51 & 3 \\
17 & 17 \\
1 &
\end{array}
\qquad \text{donc} \quad
\begin{aligned}
306 &= 2 \times 3 \times 3 \times 17 \\
&= 2 \times 3^2 \times 17
\end{aligned}
$$

Taper le nombre
Puis EXE ;
et pour obtenir la décomposition :
SECONDE ⊦ (Décomp)

3°) Trouver le plus grand diviseur commun.

Pour trouver le **plus grand diviseur commun de plusieurs nombres**, on écrit la décomposition de ces nombres en produits de facteurs premiers et on prend tous les facteurs communs.

exp. ① : Trouver le plus grand diviseur commun de 364 et 1 288.

$364 = 2 \times 2 \times 7 \times 13$
$1\,288 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 23$

Donc le plus grand diviseur commun de 364 et 1 288 est 2×2×7 c'est-à-dire 28.
En effet, 364 : 28 = 13 et 1 288 : 28 = 46.

exp. ② : *Emma et Arthur ont acheté pour leur mariage 300 dragées au chocolat et 525 dragées aux amandes. Ils décident de faire des corbeilles dont la composition est identique. Ils souhaitent également qu'il ne reste pas de dragées et ils veulent réaliser le maximum de corbeilles.*

Combien y aura-t-il de corbeilles et quelle sera la composition de chacune d'elles ?

Réponse :

Ils ne veulent pas de reste donc le nombre de corbeilles doit diviser à la fois 300 et 525. De plus, ce nombre de corbeilles doit être maximum, on cherche donc **le plus grand diviseur commun à 300 et 525**.

$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$
$525 = 3 \times 5 \times 5 \times 7$

Donc le plus grand diviseur commun de 300 et 525 est 3×5×5 c'est-à-dire 75.
Emma et Arthur peuvent donc faire au maximum 75 corbeilles.

300 : 75 = 4 525 : 75 = 7

Une corbeille contiendra 4 dragées au chocolat et 7 dragées aux amandes.